

Integralrechnung**(Lösen Sie die Aufgaben ohne Taschenrechner !)**

1. Lösen Sie die unbestimmten Integrale der Form $\int f(x)dx$ mit nachfolgenden

Integranden !

a) $f(x) = 4x^3 - 2x^2 + 4$

b) $f(x) = bx^2 - ax + k$

c) $f(x) = -\left(4 - \frac{1}{2}x + e^x\right)$

d) $f(x) = 2x^{-4} + 3x^{-1} - 5x$

e) $f(x) = \frac{x^2}{a} + \frac{a}{x^2}$

f) $f(x) = \frac{2x^3 - 2x}{5 \cdot 4x^2}$

g) $f(x) = 1 - \tan^2 x$

h) $f(x) = \cos x - \frac{n-1}{\cos^2 x}$

i) $f(x) = \frac{1}{t} - \frac{1}{x} + 3x^{-\frac{4}{3}}$

j) $f(x) = 3x^2 - \left(2 + \frac{1}{x}\right)^3$

2. Lösen Sie die nachfolgenden bestimmten Integrale !

a) $\int_{-1}^1 (x+1)dx$

b) $\int_1^2 (x^2+1)dx$

c) $\int_1^8 \frac{dx}{x\sqrt[3]{x}}$

d) $\int_{\pi/4}^{\pi/3} \sin x dx$

e) $\int_1^{\ln 5} e^x dx$

f) $\int_1^4 \frac{dx}{x}$

3. Lösen Sie folgende Integrale !

a) $\int_0^1 x\sqrt{x}\sqrt{x} dx$

b) $\int \frac{\sin 2x + \sin x}{2 \sin x} dx$

c) $\int_1^3 e^{5x} dx$

d) $\int_0^{\pi/4} \cos 2x dx$

e) $\int_{-1/3}^0 \sqrt[3]{(1+3x)^4} dx$

f) $\int_4^{10} e^{-\frac{x}{2}+5} dx$

4. Wie groß ist der Inhalt der Flächenstücke, die durch die nachfolgend genannten Kurven begrenzt sind ? Fertigen Sie jeweils eine Prinzipskizze der Flächenstücke ohne Taschenrechner (!) an.

a) $y = 3 - 2x - x^2$ und $y = 0$

b) $y = (x-1)(x+2)(x+3)$ und $y = 0$

c) $y = e^x$, $y = 10$ und $x = 0$

d) $y = \sin x$, $y = x - \pi$ und $x = 0$

e) $xy = 4$, $x = 1$, $x = 4$ und $y = 0$

5. Die Funktion $y = \frac{1}{x}$ schließt mit der x-Achse und den Geraden $x = 1$ und

$x = 10$ ein Flächenstück ein. Das soll durch zwei Geraden, nämlich $x = a$ und $x = b$, in drei flächengleiche Stücke geteilt werden.

a) Wie groß ist der Gesamtflächeninhalt ?

b) Wie groß sind a und b ?

6. Gesucht ist der Flächeninhalt zwischen den Graphen der Funktionen

$$f(x) = x - 1 \quad \text{und} \quad g(x) = e^{-x} - 2$$

im Bereich $x = 0$ bis $x = 3$.