

Differentialrechnung 2 (Anwendungen)**(Lösen Sie die Aufgaben im wesentlichen ohne Taschenrechner !)**

1. Welchen Winkel α bildet die Tangente im Punkt $P_0(x_0; y_0)$ an die Kurve $y = f(x)$ mit der x-Achse ?

a) $y = \sqrt{x}$, $x_0 = 1$

b) $y = \sqrt[3]{x+1}$, $x_0 = 0$

c) $y = \sin(2\pi - x)$, $x_0 = \pi$

d) $y = \sqrt{\sin 2x}$, $x_0 = \frac{\pi}{4}$

2. In welchen Kurvenpunkten schneiden die Tangenten an die Kurven $y = f(x)$ die x-Achse unter einem Winkel 45° bzw. 135° ?

a) $y = x^2$

b) $y = x^3$

c) $y = x|3 - x|$

d) $y = \frac{x^2 - 3}{2x}$

e) $y = e^{2x}$

f) $y = \ln x$

g) $y = \sin x$

h) $y = e^{-x} - e^{-2x}$

i) $y = x \cdot \ln x$

j) $y = x \cdot \ln^2 x$

3. Untersuchen Sie die Kurven, die durch folgende Gleichungen gegeben sind, auf lokale Extrema und Wendepunkte !

a) $y = x^2 - 2x + 3$

b) $y = x^3 - 3x^2 + 6x + 7$

c) $y = x^3(8 - x)$

d) $y = (x - a)^4 - b$

e) $y = \frac{x}{x^2 + 1}$

f) $y = \frac{x^2 - 7x + 6}{x - 10}$

g) $y = x^2 + \frac{1}{x^2}$

h) $y = \cos^2 x$

i) $y = e^x \sin x$

j) $y = x \cdot e^x$

4. Welche Werte müssen b und c besitzen, wenn für die Funktion

$$f(x) = x^2 + bx + c$$

gilt, dass sie die y-Achse an der Stelle $y_s = -3$ unter dem Winkel $63,435^\circ$ schneidet ?

5. Wie lauten die Koeffizienten einer Parabel dritter Ordnung

$$y = x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

mit dem Stufenpunkt (Wendepunkt mit horizontaler Tangente) $W(2;2)$?

6. Wie lauten die Parameter a und b der Funktion

$$y = f(x) = ae^{bx},$$

wenn $f(0) = 2$ und $f'(0) = -2$ gilt ?

7. Eine durch den Koordinatenursprung gehende ganzrationale Funktion dritten Grades ($y = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$) geht durch den Punkt $P(2; 2)$ und berührt die x-Achse bei $x_1 = 4$. Wie lauten die Koeffizienten ?

8. Eine reelle Zahl x ist so in zwei Summanden zu zerlegen, dass deren Produkt möglichst groß wird.

Es ist zu untersuchen, ob es sich um ein Maximum handelt.