

**Winkelrechnung**

1. Ermitteln Sie die Funktionswerte aller Winkelfunktionen für folgende Winkel  $\alpha$ :

- a)  $32,4^\circ$       b)  $82,8^\circ$       c)  $164,3^\circ$       d)  $-116,7^\circ$   
 e)  $0,555$       f)  $2,4$       g)  $4,9$       h)  $-6,1$

2. Bestimmen Sie die fehlenden Winkel und Seiten der rechtwinkligen Dreiecke

(mit  $\gamma = 90^\circ$ ), von denen folgende Größen bekannt sind:

- a)  $a = 50,0\text{ cm}$     b)  $a = 40,0\text{ cm}$     c)  $b = 70,0\text{ cm}$     d)  $c = 65,0\text{ cm}$   
 $b = 78,1\text{ cm}$        $\alpha = 43,6^\circ$        $\alpha = 18,9^\circ$        $\beta = 59,5^\circ$

3. Berechnen Sie die übrigen Winkel und Seiten der beliebigen Dreiecke, von denen folgende Größen bekannt sind:

- a)  $a = 179,0\text{ m}$     b)  $c = 107,6\text{ m}$     c)  $a = 205,4\text{ m}$     d)  $a = 135,8\text{ m}$   
 $b = 208,3\text{ m}$        $\alpha = 70,4^\circ$        $b = 252,8\text{ m}$        $b = 191,0\text{ m}$   
 $\beta = 106,0^\circ$        $\beta = 30,3^\circ$        $\gamma = 47,5^\circ$        $c = 73,9\text{ m}$

4. Ermitteln Sie sämtliche Winkel  $x$  im Hauptwertebereich  $0 \leq x \leq 360^\circ$ :

- a)  $\tan x = 0,5$       b)  $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$       c)  $\cot x = 0,4$       d)  $\tan x = -1$   
 e)  $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$       f)  $\sin x = -0,5$       g)  $\cos x = -0,25$       h)  $\cos x = -1$

Anmerkung: Nutzen Sie für das Auffinden aller Lösungen den Kurvenverlauf der Winkelfunktionen!

5. Bestimmen Sie mittels Substitution alle reellen Lösungen folgender Gleichungen (d.h. nicht nur die Lösungen im Hauptwertebereich):

a)  $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0,469472$

b)  $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 0,342020$

c)  $\sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = 0,309017$

d)  $\sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{10}\right) = 0,809017$

6. Welche Winkel erfüllen im Hauptwertebereich  $[0; 360^\circ]$  folgende Gleichungen:

a)  $5 \sin^2 x - 10 \cos^2 x - 1 = 0$

b)  $\cos^2 x + \frac{1}{3} \sin x \cos x + \frac{2}{3} \sin^2 x = 1$

c)  $2 \cos^2 x + \sin x - 1 = 0$

d)  $\cos^2 x + 2 \cos x - \sin^2 x + 1 = 0$

e)  $\sqrt{1 + \cos x} = \sin x$

f)  $\sin^2 x + 5 \sin x \cos x + 8 \cos^2 x = 0$

g)  $\sqrt{1 + \sin x} + \cos x = 0$

h)  $\sin^2 x - \cos^2 x - 3 \sin x + 2 = 0$

i)  $\sin^4 x = 2 \cos^2 x - 1$

j)  $1 - \cos x = \sin x$

7. Beweisen Sie folgende Beziehungen im rechtwinkligen Dreieck ( $\gamma = 90^\circ$ ). Nutzen Sie dazu die Definitionen der Winkelfunktionen, den Satz von Pythagoras und die Umrechnungsformeln für Winkelfunktionen des doppelten Winkels.

a)  $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$

b)  $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$

c)  $\cos \alpha \sqrt{1 + \tan^2 \alpha} = 1$

d)  $1 + 2 \cos \alpha = 4 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1$

e)  $\sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}} = \sin \frac{\alpha}{2}$

f)  $\cot \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$

8. Lösen Sie folgende trigonometrische Gleichungen im Hauptwertebereich  $0 \leq x \leq 2\pi$ :

a)  $\sin(2x) = \sqrt{3} \sin x$

b)  $\cos(2x) = \cos x$

c)  $\sin(2x) \tan x = 1$

d)  $\cos(2x) + 3 \cos x = 1$

e)  $\cos \frac{x}{2} - \cos x = 1$

f)  $2 \sin \frac{x}{2} - \cos x + 1 = 0$